Aula 1 – Introdução à hidrostática

Objetivos

O aluno deverá ser capaz de:

- Estabelecer a noção de fluidos e sólidos.
- Definir as grandezas físicas relevantes: pressão e densidade.
- Estabelecer a noção de fluido incompressível.
- Calcular a variação da pressão em um fluido num campo gravitacional.

Introdução

Neste módulo estudaremos as leis que regem o comportamento físico dos fluidos. Conforme veremos adiante, tais leis estão diretamente relacionadas com diversas experiências do nosso cotidiano, além de terem aplicações importantes em muitos dispositivos mecânicos de grande utilização como direções, freios e *macacos* hidráulicos. Primeiramente, trataremos de fluidos estáticos, isto é, em repouso ou equilíbrio. Mas, antes de começarmos a descrever o comportamento dos fluidos, precisamos estabelecer o que entendemos por um fluido. Como sabemos, podemos diferenciar sólidos e fluidos de maneira intuitiva. Um corpo sólido possui forma bem definida cuja alteração devido à ação de forças externas é praticamente imperceptível. Por exemplo, uma bola de sinuca sofre uma deformação imperceptível ao ser golpeada por um taco. Contudo, além de muito pequena, esta deformação dura um intervalo de tempo muito curto, após o qual praticamente desaparece. Desta forma, podemos desprezar as deformações de um corpo sólido e tratá-lo como rígido como foi feito no estudo das rotações.

Então, um fluido se caracteriza sobretudo por ser facilmente deformável, de maneira a moldar-se de acordo com o recipiente que o contém. Este é o caso da água. Ao colocarmos uma determinada quantidade de água em um copo, esta imediatamente adapta-se à forma das paredes do copo. Em um fluido dois tipos de força devem ser considerados: forças *normais* e forças *tangenciais* à superfície do fluido. As forças tangenciais estão associadas à viscosidade do fluido e são responsáveis, por exemplo, pelo atrito entre a água e um barco em movimento. Contudo, uma boa descrição do comportamento dos fluidos pode ser construída desprezando-se, em primeira aproximação, os efeitos de viscosidade. Então, adotaremos neste curso esta aproximação e consideraremos os fluidos como ideais, isto é, incapazes de exercerem forças tangenciais. Nesta aproximação, a interação de um fluido ideal com o meio que o circunda ocorre através de forças normais à superfície do fluido. Essas forças normais dão origem ao que chamamos pressão num fluido, o que definiremos a seguir.

Pressão e densidade

O estudo de qualquer fenômeno físico começa com a definição das grandezas físicas importantes para a descrição desse fenômeno. De posse de tais definições podemos estabelecer um conjunto de leis físicas que traduzam uma relação quantitativa entre as grandezas relevantes. Definiremos agora duas grandezas fundamentais ao estudo do comportamento dos fluidos: pressão e densidade. Como mencionamos anteriormente, a pressão está associada às forças normais que um fluido exerce sobre as superfícies que o circundam, enquanto a densidade nos dá uma medida da concentração de massa num corpo.

Comecemos com a definição de pressão. A maioria de nós está familiarizada com a noção de pressão através de várias experiências do nosso cotidiano. Esta noção surge, por exemplo, quando mergulhamos numa piscina e nos direcionamos ao fundo desta. Temos uma sensação de *pressão* nos ouvidos que aumenta à medida que descemos a profundidades maiores. Esta sensação está diretamente relacionada com as forças normais que a água exerce sobre as superfícies de nossos tímpanos. Note que esta sensação depende da profundidade em que nos encontramos, mas independe da direção em que orientamos nossos ouvidos. Portanto, se quisermos definir uma grandeza que traduza a pressão da água sobre nossos ouvidos, esta deverá ser uma grandeza escalar.

Ao exercermos uma força $\vec{F}$ sobre um objeto, podemos imaginar que esta força se distribui sobre toda a área da superfície de contato com o objeto. Por exemplo, quando colocamos um tijolo sobre uma mesa, a força normal que sustenta o tijolo não é aplicada em um único ponto mas distribuída por toda a área de contato entre o tijolo e a mesa. A distribuição da força normal pela área de contato determina o esforço exercido sobre o material que constitui a mesa. De fato, se desejarmos apoiar um número grande de tijolos sobre a mesa, é intuitivo esperar que esta corra um risco menor de quebrar-se ao distribuirmos os tijolos por toda a superfície da mesa como na

Figura 1.1.a, do que se os apoiarmos todos empilhados uns sobre os outros como na Figura 1.1.b, ainda que a força normal total exercida seja a mesma.

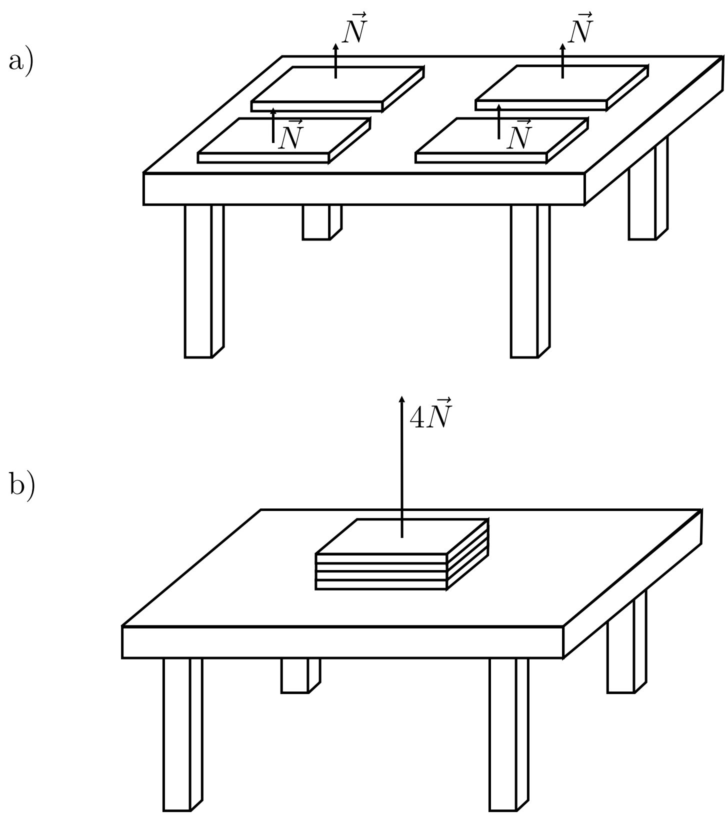


Figura 1.1: Forças normais atuando sobre tijolos distribuídos lado a lado (a) e empilhados (b) sobre uma mesa.

Assim, desenvolvemos a noção de que o esforço exercido sobre o material da mesa está relacionado com a distribuição da força pela superfície de contato, isto é, com a força de contato por unidade de área. Outra questão importante refere-se à direção desta força de contato. Por exemplo, imagine que agora apoiamos um tijolo sobre uma superfície inclinada. Se não existir atrito entre a superfície e o tijolo, este irá escorregar e cair. Na presença de atrito estático, o tijolo ficará em equilíbrio, mas agora a força de contato $\vec{F}_c$ entre o tijolo e a superfície será igual à soma vetorial de uma componente normal à superfície de contato (reação normal $\vec{N}$) e outra tangente a esta superfície (força de atrito $\vec{F}_{at}$) conforme mostrado na Figura 1.2. Ao analisarmos o risco de a mesa quebrar, apenas a componente normal será importante, a força de atrito está distribuída pelas rugosidades das duas superfícies em contato.

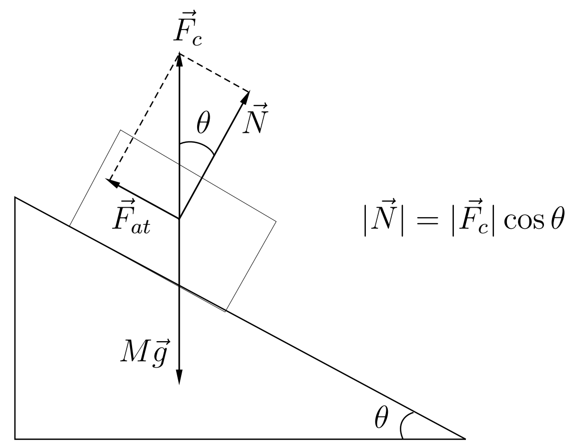


Figura 1.2: Forças atuando num tijolo apoiado sobre uma superfície inclinada com atrito.

Levando em conta as noções colocadas acima, definimos uma grandeza escalar que chamaremos pressão como:

$$P = \frac{N}{A} = \frac{F_c \cos\theta}{A} \ ,$$

ou seja, a pressão é a razão entre a componente normal da força de contato ($N = F_c \cos\theta$) e a área A de contato . No Sistema Internacional de unidades (SI), a pressão é expressa numa unidade chamada *Pascal* (Pa) definida como:

Obs.: Lembre-se de que ao omitirmos o símbolo $\vec{}$ de uma grandeza vetorial, estamos nos referindo ao módulo desta grandeza.

$$1Pascal = 1Newton/m^2 \ \text{ ou } \ 1Pa = 1N/m^2 \ . \tag{1.1}$$

Apesar de termos desenvolvido a noção de pressão num exemplo concreto envolvendo a superfície de contato entre dois corpos rígidos (mesa e tijolo), a pressão pode ser definida para todos os pontos de um fluido. A pressão exercida por um fluido sobre as paredes do recipiente que o contém é transmitida a todos os pontos do fluido e, como veremos na próxima seção, a pressão em um dado ponto do fluido depende da profundidade, ou seja, da altura da coluna de fluido acima deste ponto. Devido ao peso dos gases que a compõem, os diferentes pontos de nossa atmosfera próximos à superfície terrestre encontram-se a uma pressão de cerca de $1,01 \times 10^5 Pa$. Freqüentemente expressamos valores de pressão em unidades da pressão atmosférica. Assim, definimos uma unidade chamada *atmosfera* (atm) de maneira que $1atm = 1,01 \times 10^5 Pa$.

Além do atm e do Pa, existem outras unidades de pressão. Chamamos *barômetro* o aparelho utilizado para medir pressão. Por causa de sua alta densidade, o mercúrio (símbolo químico: Hg) é muito utilizado na construção de barômetros, sendo a pressão medida através da altura de uma coluna de mercúrio no barômetro. Assim, é muito comum expressarmos a pressão em unidades da pressão exercida por uma determinada altura de Hg. Por exemplo, a pressão atmosférica corresponde à pressão exercida por uma coluna de Hg com $760mm$ de altura, ou seja, $1atm = 760mmHg$. Definimos assim, mais uma unidade de pressão chamada *torr* como sendo a pressão exercida por $1mm$ de Hg, ou seja, $1torr = 1mmHg$.

Definimos pressão em termos de força por unidade de área. Suponhamos agora o caminho inverso, isto é, conhecendo-se a pressão em todos os pontos de um fluido desejamos determinar a força total exercida sobre as paredes do recipiente que contém o fluido. Lembre-se de que um fluido ideal não é capaz de exercer forças tangenciais e de que a pressão foi convenientemente definida em termos apenas da componente normal da força de contato entre duas superfícies. Podemos facilmente calcular a força a partir da pressão em condições simples como a de uma superfície plana de área A cujos pontos estão todos à mesma pressão P. Este é o caso, por exemplo, da força exercida sobre o fundo plano de uma garrafa vertical contendo um determinado fluido conforme é mostrado na Figura 1.3.

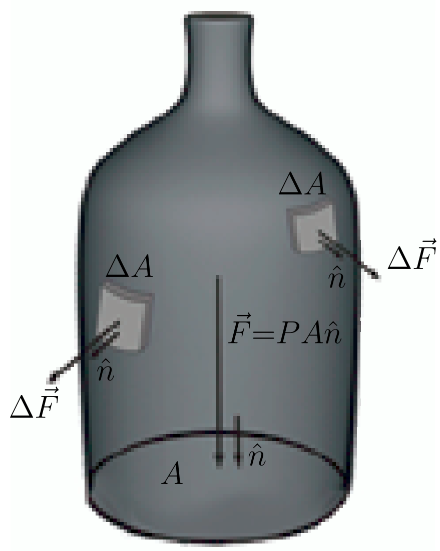


Figura 1.3: Elementos de força e área sobre as superfícies de um recipiente contendo um fluido.

Neste caso a força total exercida no fundo da garrafa é

$$\vec{F} = P\,A\,\hat{n}\ , \tag{1.2}$$

onde $\hat{n}$ é o vetor unitário normal à superfície, que aponta para fora do fluido.

No entanto, em geral, a pressão pode variar de um ponto para outro da superfície, ou ainda podemos estar interessados em calcular a força exercida sobre uma superfície curva, como a superfície lateral da garrafa da Figura 1.3. Neste caso, devemos tomar porções infinitesimais da superfície com áreas ΔA aproximadamente planas. Sendo estas porções infinitesimais, podemos ainda considerar a pressão P como constante sobre a área ΔA. A cada porção ΔA corresponderá uma força infinitesimal $\Delta\vec{F} = P\,\Delta A\,\hat{n}$, onde $\hat{n}$ é o vetor unitário normal à superfície na região do elemento ΔA. Note que para uma superfície curva, a direção de $\hat{n}$ varia de um ponto a outro. Para calcularmos a força total exercida sobre a superfície, devemos somar sobre todas as porções ΔA e fazer o limite $\Delta A \to 0$, ou seja, devemos **integrar** sobre todas as porções ΔA:

$$\vec{F} = \int P\,dA\,\hat{n}\ . \tag{1.3}$$

Outra grandeza escalar de grande importância no estudo da hidrostática é a *densidade*, que traduz a distribuição espacial da massa do fluido e é uma característica particular de cada substância. A densidade é definida como a massa por unidade de volume do fluido e no sistema internacional é expressa em Kg/m^3. A densidade da água, por exemplo, é $1,0 \times 10^3\,Kg/m^3$ e a do mercúrio é da ordem de $13,6 \times 10^3\,Kg/m^3$. Para um fluido homogêneo (todos os pontos com a mesma densidade), a densidade é dada simplesmente pela razão entre a massa total do fluido e o volume ocupado por ele:

$$\rho = \frac{M}{V}\ . \tag{1.4}$$

Neste módulo do curso trataremos de fluidos que consideraremos como incompressíveis, ou seja, a densidade não varia com a pressão. Este certamente **não** é o caso de um gás ideal cujo volume (a uma dada temperatura) é inversamente proporcional à pressão, como veremos no módulo de termodinâmica. A variação do volume de um fluido com a pressão é dada pelo *módulo de elasticidade volumar*:

$$B = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V}, \tag{1.5}$$

que nos dá a razão entre a variação de pressão ΔP e a variação percentual $\Delta V/V$ de um fluido. Note que como $\Delta V/V$ é adimensional, B é expresso em dimensão de pressão. O sinal negativo na definição acima garante que B seja uma grandeza positiva. De fato, em geral, ao aumentarmos a pressão sobre um fluido ($\Delta P > 0$) ocorre uma diminuição do volume ($\Delta V < 0$) e vice-versa. Ou seja, ΔP e ΔV geralmente têm sinais opostos, o que é compensado pelo sinal negativo na definição de B. Se uma substância possui B muito grande, então é necessário exercer uma pressão muito alta para produzir uma variação percentual de volume apreciável. Por exemplo, o módulo volumar da água é igual a $2,2 \times 10^9 N/m^2$. Isto significa que sob a pressão existente no fundo do Oceano Pacífico ($4,0 \times 10^7 N/m^2 \approx 400\, atm$), a variação percentual de volume da água é de apenas $1,8\,\%$. Assim, podemos considerar a água como um fluido incompressível. De agora em diante, restringiremos nossa discussão aos fluidos que, com boa aproximação, podem ser considerados como incompressíveis.

Uma experiência cotidiana nos mostra intuitivamente que a pressão que o fluido exerce sobre uma superfície não depende da orientação relativa dessa superfície. Acima mencionamos a sensação associada à pressão que a água exerce sobre a superfície de nossos tímpanos ao mergulharmos. A evidência maior que temos ao mergulhar, quando nadamos em direção ao fundo, é justamente o aumento da pressão dentro dos ouvidos. Esta sensação traduz a variação real da pressão de um fluido em função da profundidade, fato que será discutido mais adiante. Um outro fato, que talvez o leitor já tenha percebido, é a invariabilidade desta sensação de pressão nos ouvidos quando, estando com a cabeça sempre na mesma profundidade , a inclinamos de modo a variar a orientação dos ouvidos. Verifica-se que, se a variação da profundidade for mesmo pequena durante este movimento, nenhuma alteração será percebida na pressão exercida sobre os ouvidos.

A independência da pressão em função da orientação da superfície sobre a qual ela está sendo exercida, pode ser mostrada ao analisarmos o equilíbrio de um elemento de fluido. Afinal, é preciso lembrar que estamos estudando *hidrostática*, ou seja, fluidos em equilíbrio. O elemento de fluido sobre o qual se baseia nossa discussão está mostrado na Figura 1.4. Este é um poliedro, com faces paralelas duas a duas, com a exceção das faces 1 e 2, as quais serão objeto de nossa discussão. Como vemos nesta figura, as faces 1 e 2 têm orientações diferentes em relação à horizontal. É importante observar também que estas duas faces são as únicas faces do poliedro nas quais a pressão exerce uma força com componente na direção $\widehat{x}$.

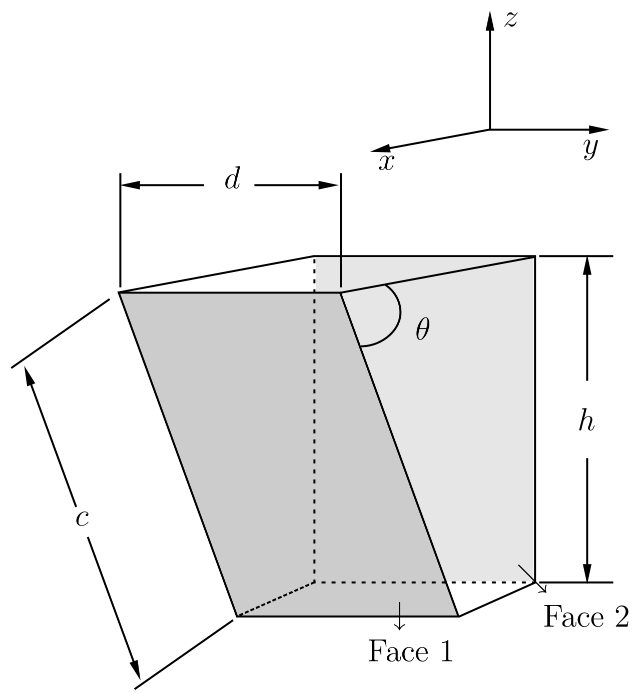


Figura 1.4: Elemento de volume utilizado para verificar a dependência da pressão com a orientação da superfície. A figura mostra as dimensões do poliedro e as faces (1 e 2) utilizadas na discussão.

Para verificar que a pressão não depende da orientação da superfície sobre a qual ela é exercida, nos utilizaremos do fato que o fluido está em equilíbrio. Logo, a força resultante sobre qualquer elemento constituinte do fluido deve ser nula, como no caso do poliedro da Figura 1.5. Isto significa que todas as componentes da força resultante sobre o poliedro devem se anular, ou seja: $F_x = F_y = F_z = 0$. Portanto, as componentes horizontais das forças exercidas sobre as faces 1 e 2 deverão satisfazer a:

$$F_{1x} + F_{2x} = 0 \; . \tag{1.6}$$

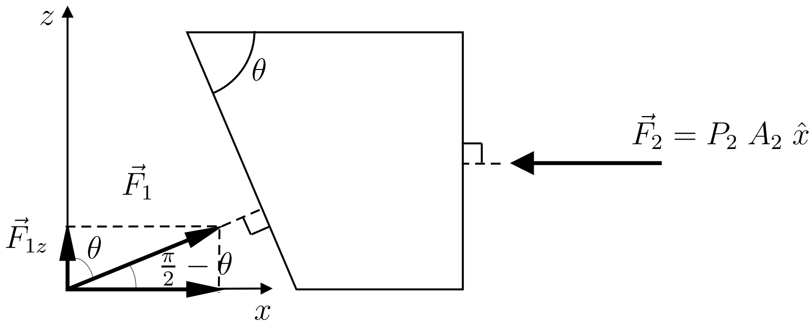
Como $F_{1x} = F_1 sen\theta = p_1 A_1 sen\theta$, e $F_{2x} = -p_2 A_2$, concluímos então que

$$p_1 A_1 sen\,\theta = p_2 A_2 \; . \tag{1.7}$$

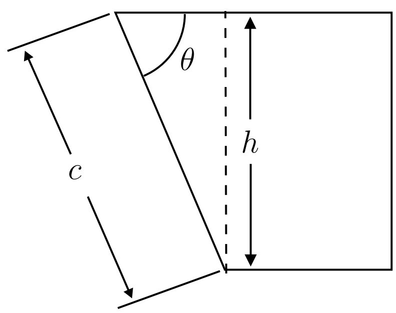
Por outro lado, observando as áreas dos retângulos que constituem as faces 1 e 2, verifica-se a seguinte relação:

$$A_1 sen\theta = A_2 \; . \tag{1.8}$$

Concluímos, portanto, que $p_1 = p_2$, ou seja, a pressão não depende da orientação da superfície sobre a qual ela é exercida.



$$\vec{F}_{1x} = F_{1x}\ \hat{x} = F_1\ \cos\left(\tfrac{\pi}{2} - \theta\right)\ \hat{x} = F_1\ \operatorname{sen}\theta\ \hat{x} = P_1\ A_1\ \operatorname{sen}\theta$$



$$\operatorname{sen}\theta = \frac{h}{c} \ \rightarrow\ h = c \operatorname{sen}\theta$$
$$A_1 = cd$$
$$A_2 = hd = c \operatorname{sen}\theta\ d = A_1 \operatorname{sen}\theta$$
$$\text{então}\ A_2 = A_1 \operatorname{sen}\theta$$

Figura 1.5: Descrição das componentes na direção x das forças que atuam nas faces 1 e 2 do poliedro, e relação entre as áreas destas faces.

Fluido incompressível num campo gravitacional

Na item anterior, para mostrar a independência da pressão em função da orientação da superfície, utilizamo-nos do fato do fluido estar em equilíbrio. Mais especificamente, reunimos as forças atuando na direção $\widehat{x}$, as quais deveriam anular-se. estas forças resumiam-se àquelas provenientes da pressão exercida sobre as faces do poliedro. Mas se, ao contrário, tivéssemos resolvido analisar as forças na direção $\widehat{z}$, a situação seria um pouco mais complexa, pois teríamos que incluir o peso do elemento de fluido, força que só tem componente na direção $\widehat{z}$. E este é o efeito que começaremos a discutir agora: a variação da pressão em função da presença de um campo gravitacional.

Antes de começarmos a discutir esta situação em um fluido, vamos tentar enxergar o que acontece analisando as forças que agem sobre uma pilha de três tijolos empilhados sobre o tampo de uma mesa, como mostra a Figura 1.6.a. Suponhamos que os tijolos tenham as mesmas dimensões e o mesmo peso, e estejam empilhados de modo alinhado.

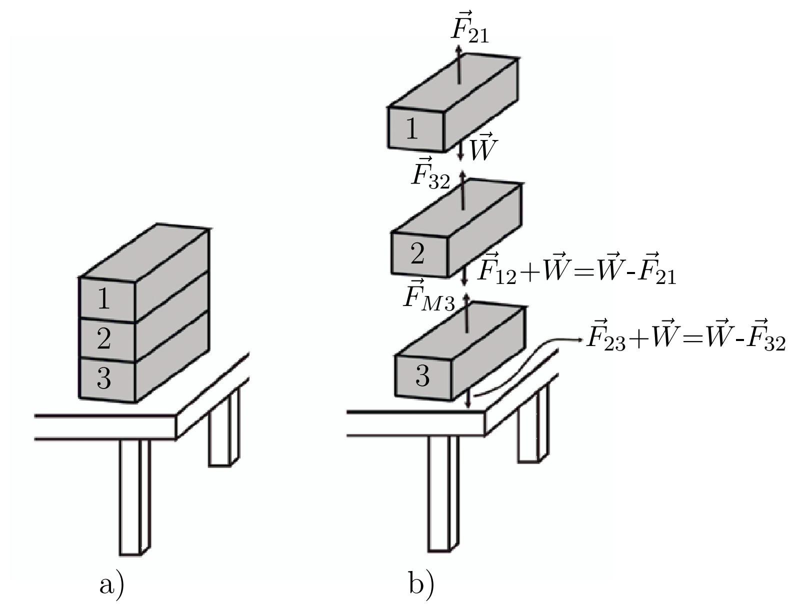


Figura 1.6: Descrição das forças que atuam sobre três tijolos empilhados.

Comecemos com a análise do tijolo superior. Sobre ele agem duas forças, ambas na direção vertical: o próprio peso (igual a $-mg\widehat{z}$), e a força normal do tijolo 2 sobre o tijolo 1, que chamaremos $\vec{F}_{21} = F_{21}\widehat{z}$. Sobre o tijolo do meio (tijolo 2), por sua vez, agem três forças, todas também verticais: o seu peso, a força normal $\vec{F}_{12}$ exercida pelo tijolo 1, (a qual, como conseqüência da Terceira Lei de Newton deve ser igual a $-\vec{F}_{21}$), e a força normal $\vec{F}_{32}$ exercida pelo tijolo 3. Finalmente, sobre o tijolo 3 agem, além do peso, a força normal exercida pela mesa $\vec{F}_{M3}$, e a força normal $\vec{F}_{23} = -\vec{F}_{32}$ exercida pelo tijolo 2. Todas estas forças estão mostradas esquematicamente, para cada tijolo, na Figura 1.6.b.

Com base nesta análise, podemos então escrever a equação de equilíbrio para cada tijolo, na direção z:

$$\begin{aligned} F_{21} - mg &= 0 \;\; (\text{tijolo } 1)\,, \\ F_{32} - F_{21} - mg &= 0 \;\; (\text{tijolo } 2)\,, \\ F_{M3} - F_{32} - mg &= 0 \;\; (\text{tijolo } 3)\,. \end{aligned} \tag{1.9}$$

A solução para o sistema de equações acima pode ser obtida, resolvendo primeiro a equação do tijolo 1, substituindo o valor de F_{21} obtido na equação do tijolo 2, assim determinando F_{32}, valor que substituído na equação do tijolo 3 permite a determinação de F_{M3}. Seguindo este procedimento, podemos obter a magnitude de todas as forças envolvidas:

$$\begin{aligned} F_{21} &= mg \ , \\ F_{23} &= 2mg \ , \\ F_{M3} &= 3mg \ . \end{aligned} \tag{1.10}$$

Podemos então, fazer algumas observações em relação a esses resultados. Em primeiro lugar, observa-se que, como deve ser esperado, a força que a pilha de tijolos faz sobre a mesa ($\vec{F}_{3M} = -\vec{F}_{M3}$) é igual ao peso da pilha. Em segundo lugar, observamos que, para cada um dos tijolos, a força exercida nas faces superior e inferior apresentam magnitudes diferentes, o mesmo acontecendo com as pressões exercidas nestas faces, uma vez que as suas áreas de superfície são iguais. Veja também, que a força exercida na face superior de cada tijolo tem magnitude igual ao peso dos tijolos empilhados sobre ela (o que se traduz em força nula para o tijolo 1, força igual a mg para o tijolo 2, e $2mg$ para o tijolo 3). Obviamente, a diferença entre as forças nas faces inferior e superior de cada tijolo é igual em magnitude ao seu peso, uma vez que os tijolos estão em equilíbrio.

Apesar da marcante diferença entre um fluido e um sólido, o comportamento discutido acima para a pilha de tijolos, deve encontrar correspondência no comportamento de um fluido em equilíbrio. A discussão a seguir será baseada na suposição de que se possa pensar em um fluido como sendo composto de um número infinitamente grande de elementos de volume, ou células de um fluido. Isto corresponde a delimitar os elementos de volume do fluido por meio de superfícies imaginárias, de modo a se formar um poliedro de fluido. Pode-se, por exemplo, dividir um fluido por meio de planos paralelos às direções x, y e z, com espaçamentos regulares em cada direção, como mostra a Figura 1.7.

Assim, um elemento de fluido será constituído por palelepípedos com arestas iguais a Δx, Δy, e Δz. Mesmo sendo imaginárias as superfícies de separação com os outros elementos de fluido, é nelas que é exercida a força de um elemento de fluido sobre o outro. Como o fluido está em equilíbrio, a força resultante deve ser nula, portanto deverá também ser nula a sua componente vertical F_x. Considerando que as dimensões das faces do elemento de fluido são pequenas o suficiente para que a pressão sobre elas seja constante, as forças que atuam sobre o elemento são: o seu peso ($\rho g \ \Delta x \ \Delta y \ \Delta z$), e as forças provenientes da pressão exercida sobre as faces superior e inferior do paralelepípedo de fluido, como mostra a Figura 1.7. A equação de equilíbrio

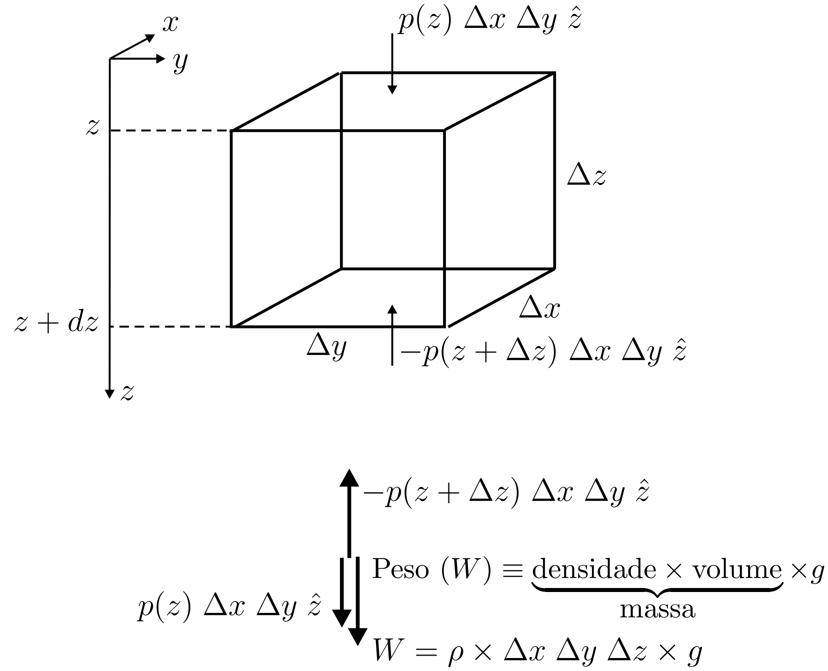


Figura 1.7: Elemento de volume utilizado na discussão da pressão em função da profundidade, na presença de um campo gravitacional.

para este fluido fica sendo então:

$$F_z = \rho g \; \Delta x \; \Delta y \; \Delta z \; - \; p(z + \Delta z) \; \Delta x \; \Delta y \; + \; p(z) \; \Delta x \; \Delta y = 0 \; , \qquad (1.11)$$

No caso, o eixo z escolhido tem a origem na superfície e aponta para baixo.

onde z é a posição do fluido em relação à superfície , $p(z)$ e $p(z + \Delta z)$ são as pressões na faces superior e inferior do fluido respectivamente, e ρ é a densidade do fluido. Dividindo-se a equação de equilíbrio por $\Delta x \Delta y$ obtemos então:

$$\Delta p = \rho g \Delta z \qquad (1.12)$$

ou

$$\rho g = \frac{\Delta p}{\Delta z} \; . \qquad (1.13)$$

Fazendo agora o limite para dimensões muito pequenas do parelelepípedo, obtemos a equação diferencial:

$$\rho g = \frac{dp}{dz} \; , \qquad (1.14)$$

cuja solução é dada por:

$$p - p_0 = \rho g \int_0^z dz \; , \qquad (1.15)$$

o que resulta em:

$$p = p_0 + \rho g z \; , \qquad (1.16)$$

onde p_0 é a pressão na superfície do líquido (posição $z = 0$), ou seja, a pressão de um fluido aumenta com a profundidade, o que está em acordo com o aumento da pressão sobre os ouvidos quando mergulhamos em direção ao fundo de um reservatório de água. É comum chamar-se a quantidade $\rho\, g\, h$ pressão manométrica, isto é, o valor da pressão menos a pressão atmosférica.

Exemplo 1

Um tubo estreito com área da seção transversal $a = 5,0\, cm^2$ e altura $h_1 = 2,0\, m$, é colocado sobre um barril com área da base $A = 1,0\, m^2$ e altura $h_2 = 1,0\, m$, conforme mostrado na Figura 1.8. O barril e o tubo são cheios até o topo com água. Calcule a força hidrostática exercida no fundo do barril. Compare esta força com o peso do líquido e discuta o resultado.

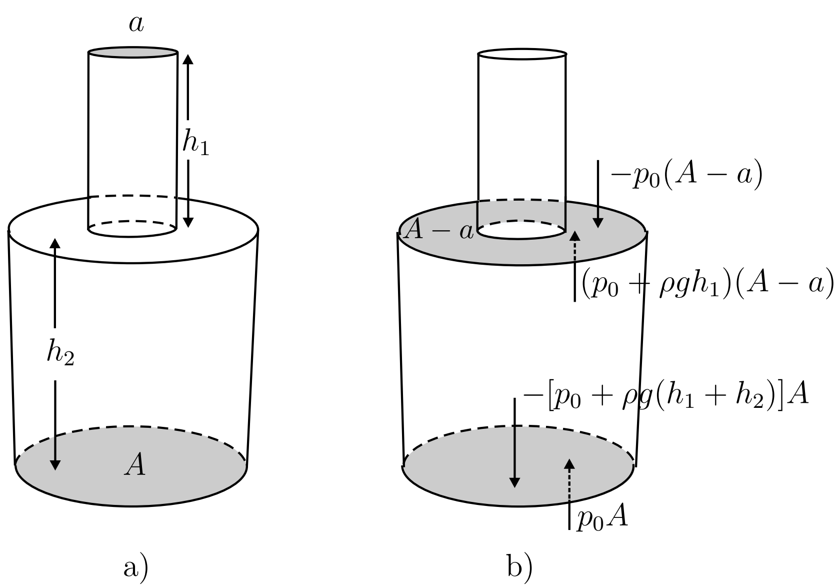


Figura 1.8: Exemplo 1. (a) Dimensões do barril e do tubo estreito acoplado à sua tampa superior. (b) Forças verticais que atuam sobre o barril.

Solução:

A força hidrostática exercida no fundo do barril pode ser calculada a partir do produto da área pela pressão no fundo do barril:

$$F = P\, A\, .$$

A pressão no fundo do barril será dada pela altura $h = h_1 + h_2 = 3,0\,m$ da coluna de líquido acima dele, de acordo com a Eq.(16):

$$\begin{aligned} P &= P_0 + \rho\, g\, h \\ &= 1,01 \times 10^5\, Pa + 1,0 \times 10^3\, Kg/m^3 \,\times\, 9,8\, m/s^2 \,\times\, 3,0\, m \\ &= 1,30 \times 10^5\, Pa\ . \end{aligned}$$

Assim, podemos facilmente calcular a força F exercida no fundo:

$$F = 1,30 \times 10^5\, Pa\ 1,0\, m^2 = 1,30 \times 10^5\, N\ .$$

Passemos agora à comparação com o peso da água. O volume total do recipiente é a soma dos volumes do barril e do tubo:

$$V = a\, h_1\, +\, A\, h_2 = 1,001\, m^3\ .$$

O peso do fluido pode então ser facilmente calculado:

$$W = \rho\ V\ g = 1,0 \times 10^3\, Kg/m^3 \,\times\, 1,001\, m^3 \,\times\, 9,8\, m/s^2 \approx 9,8 \times 10^3 N\ .$$

Note que a força hidrostática no fundo do barril é muito maior do que o peso total do líquido. A princípio, isto pode parecer uma contradição. Esta contradição desaparece, porém, se lembrarmos que a água exerce também uma força hidrostática na superfície superior do barril (com área $A - a$), força esta que é dirigida para cima. Esta força também pode ser facilmente calculada como:

$$F' = P'\,(A - a) = (P_0 + \rho\, g\, h_1)\ (A - a)\ .$$

Se contabilizarmos todas as forças verticais que atuam no barril, como indicado na Figura 1.8.b, devemos incluir as forças devido à pressão atmosférica nas partes exteriores do fundo e da superfície superior do barril. Assim, a força resultante sobre o barril será:

$$\begin{aligned} F_R &= (P_0\, +\, \rho\, g\, h)\, A\, -\, P_0\, A\, +\, P_0\,(A - a)\, -\, (P_0\, +\, \rho\, g\, h_1)\,(A - a) \\ &= \rho\, g\, h\, A\, -\, \rho\, g\, h_1\,(A - a)\, =\, \rho\, g\,(h_1\, a\, +\, h_2\, A)\, =\, W\ , \end{aligned} \tag{1.17}$$

ou seja, a força resultante tem apenas a contribuição das pressões manométricas em cada superfície.

Resumo

Nesta aula, definimos pressão e densidade, que são as grandezas físicas importantes para o estudo do comportamento dos fluidos em equilíbrio. Aprendemos a calcular a pressão a partir da força e da área de contato entre duas superfícies, e também vimos como realizar o procedimento oposto, isto é, conhecendo-se a pressão em todos os pontos de contato aprendemos a calcular a força de contato entre duas superfícies. Estudamos também a variação da pressão num fluido em equilíbrio na presença de um campo gravitacional. Vimos como a pressão aumenta com a profundidade de acordo com a relação $P(h) = P_0 + \rho g h$.

Exercícios

1. Uma seringa possui um pistão com $0,87\,cm$ de diâmetro. Determine a pressão no fluido da seringa quando aplica-se uma força de $50,6N$ sobre o pistão.

2. A porta de uma casa mede $2,1\,m$ por $1,7\,m$. Numa ventania, a pressão do ar do lado de fora cai a $0,97\,atm$, mas no interior a pressão permanece em $1\,atm$. Calcule o módulo e dê o sentido da força que atua na porta.

3. Derramamos mercúrio (Hg) no ramo esquerdo de um tubo em U contendo inicialmente água. Quando a coluna de água no ramo direito sobe $15,7\,cm$, qual a altura da coluna de mercúrio no ramo esquerdo?

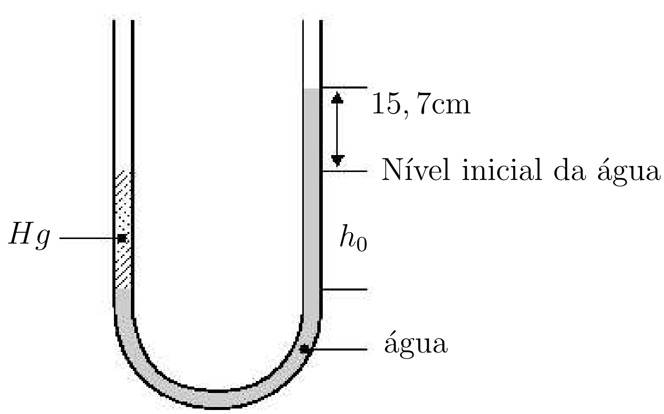


Figura 1.9: Exercício 3. Tubo em U contendo mercúrio e água.

4. Uma caixa d'água possui uma base quadrada com $3,0\,m$ de lado e uma altura de $2,0\,m$. A caixa encontra-se completamente cheia. Calcule o módulo da força exercida pela água (a) no fundo da caixa e (b) numa das paredes laterais.

5. Um recipiente contendo um fluido de densidade ρ é acelerado verticalmente para cima com aceleração a. Mostre que a pressão manométrica no fluido é dada, em função da profundidade h, por $\rho\, h\, (g + a)$.
   Sugestão: Reexamine a Equação 1.11, escrita para a condição de equilíbrio, e adapte-a para o caso em que o elemento de fluido considerado está acelerado para cima.)